

Geração de Padrões de Corte Bidimensionais com itens regulares e irregulares do tipo-L

Kawe Antônio dos Santos Marcelino

Orientadora: Profa Dra Andréa Carla Gonçalves Vianna

ORGANIZAÇÃO

02

Introdução

Objetivos

Problema de Corte Bidimensional

Método de 2-estágios

Método proposto

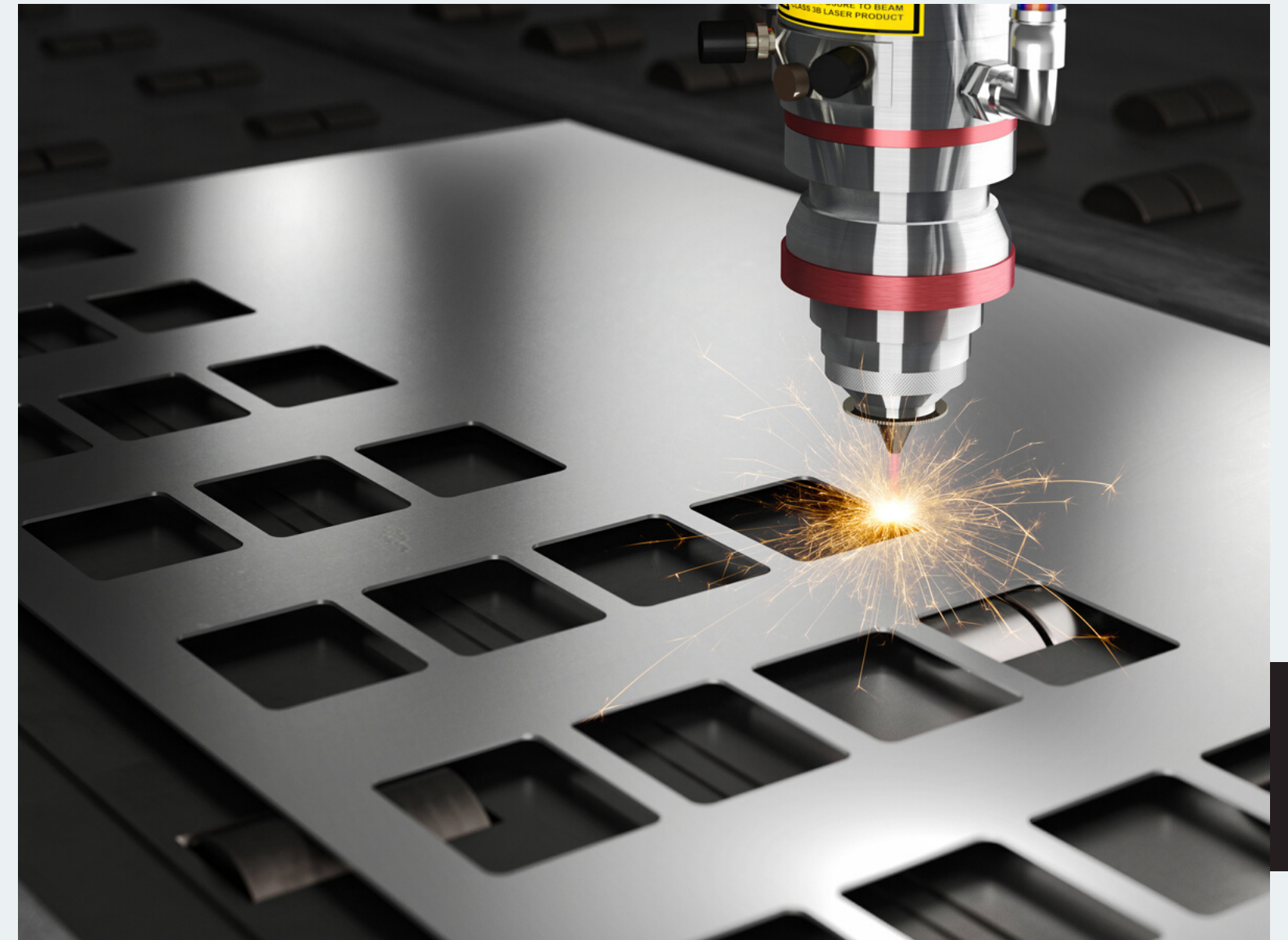
Resultados

INTRODUÇÃO

03

PROBLEMA DE CORTE

Cortar um objeto grande em unidades menores otimizando uma função [1].



INTRODUÇÃO

PROBLEMA INDUSTRIAL

Corte de matéria prima para produção de diversos produtos, como bobinas de papel, peças de móveis, pedaços de vidro, placas de circuito impresso, etc.



INTRODUÇÃO

ALTA APLICABILIDADE DE PESQUISA

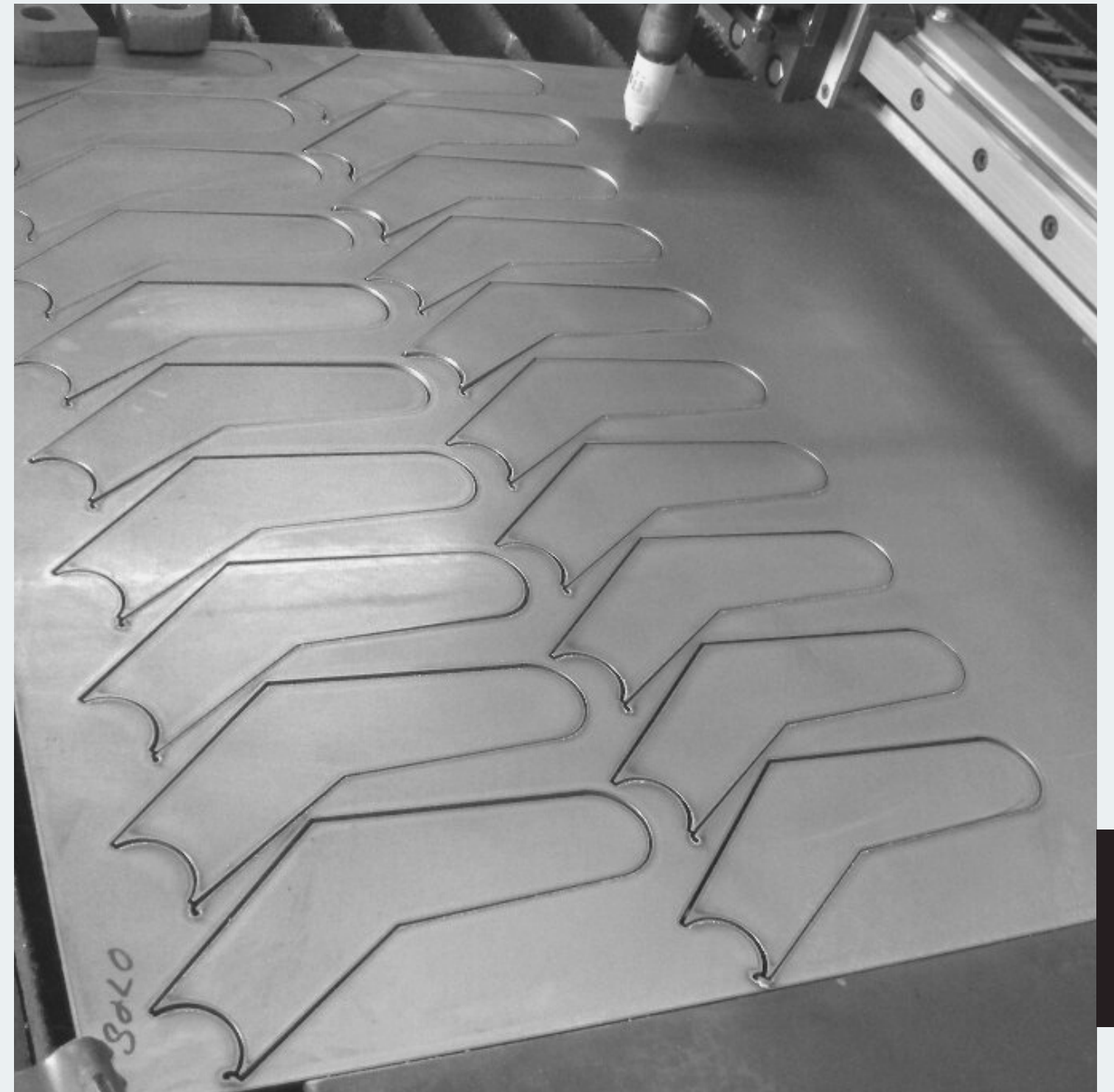
Otimizar processo de produção diminuindo gastos e aumentar lucros.



INTRODUÇÃO

PROBLEMA DE CORTE COM PEÇAS IRREGULARES

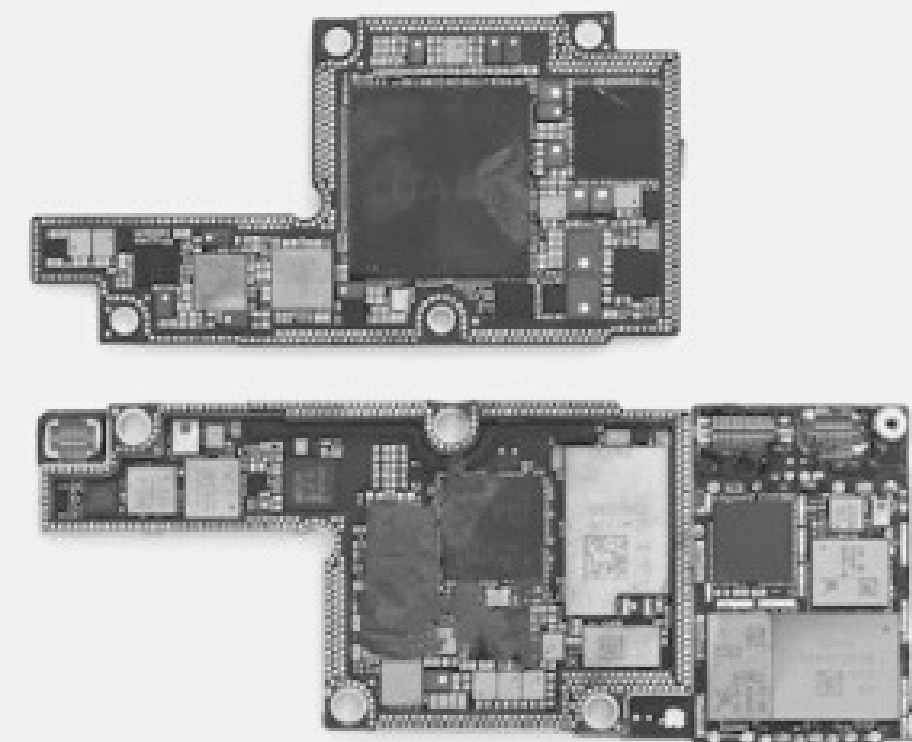
Pouca literatura abordando este tópico e alta aplicabilidade comercial [2-3].



PEÇAS DO TIPO-L NA INDÚSTRIA

A Apple construiu uma placa mãe em L para o iPhone X [4].

Para o iPhone XS, foi desenvolvida uma bateria em formato de L [5].



OBJETIVOS

08

ESTUDO DO PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL PARA
PROBLEMAS COM PEÇAS IRREGULARES DO TIPO-L

APLICA O MÉTODO DE 2-ESTÁGIOS COM COMBINAÇÃO DE
PEÇAS

DESENVOLVIMENTO

Implementação do método e desenvolvimento de uma ferramenta para gerar
o melhor padrão de corte possível para os problemas.

PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL

DESCRIÇÃO

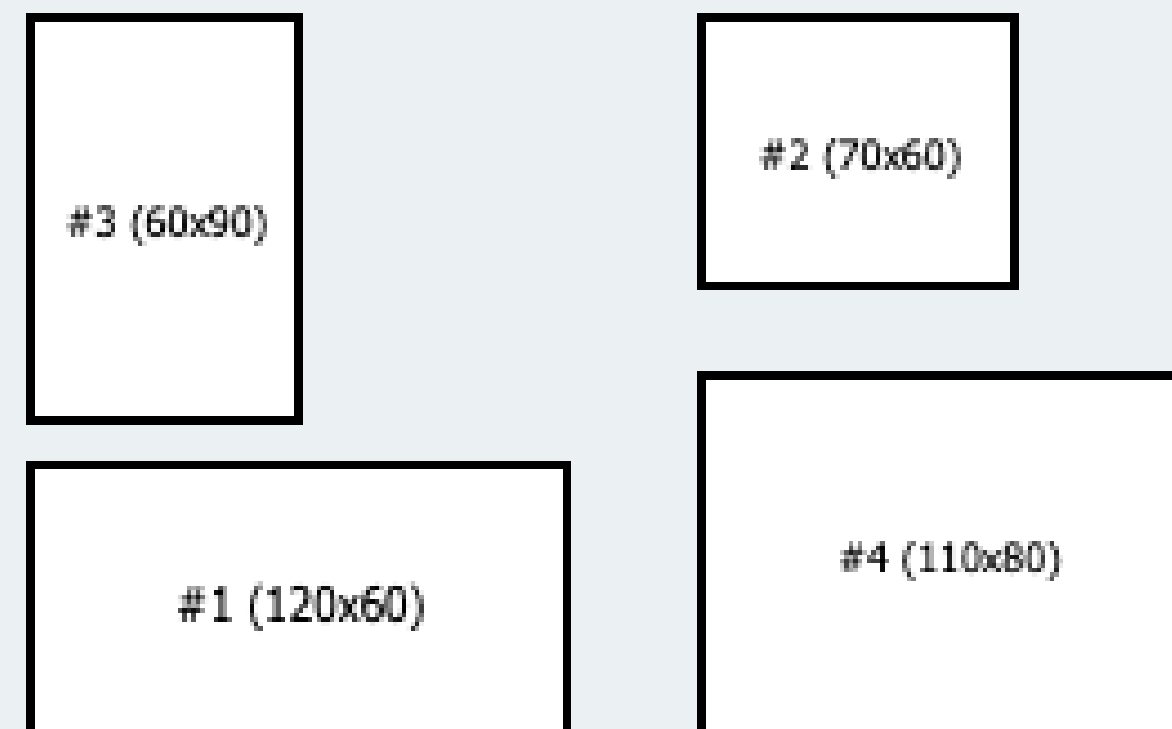
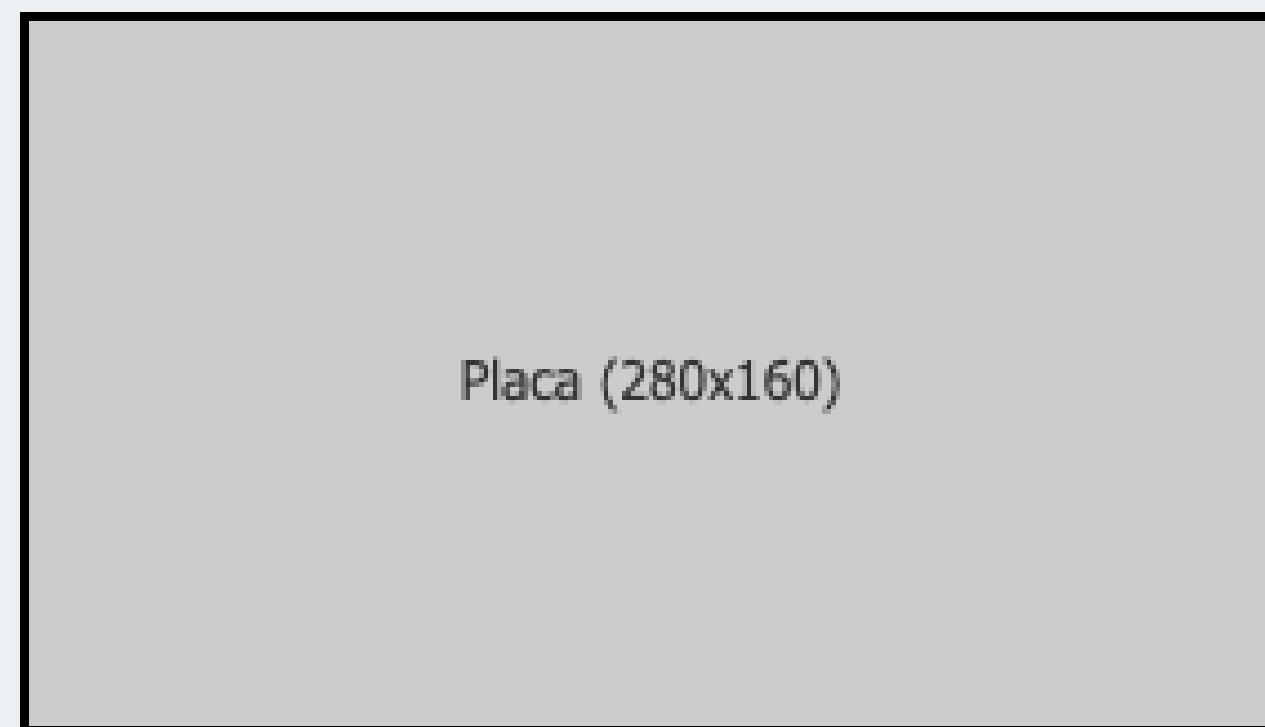
Cortar uma placa retangular em peças retangulares menores minimizando a perda de material.

■ IRRESTRITO

$$\begin{aligned} & \text{maximizar } \sum_{i=1}^m \alpha_i \cdot x_i \\ & \text{sujeito a: } (x_1, x_2, \dots, x_m) \text{ correspondente a um padrão de corte} \\ & \quad x_i \geq 0, \text{ inteiro, } i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

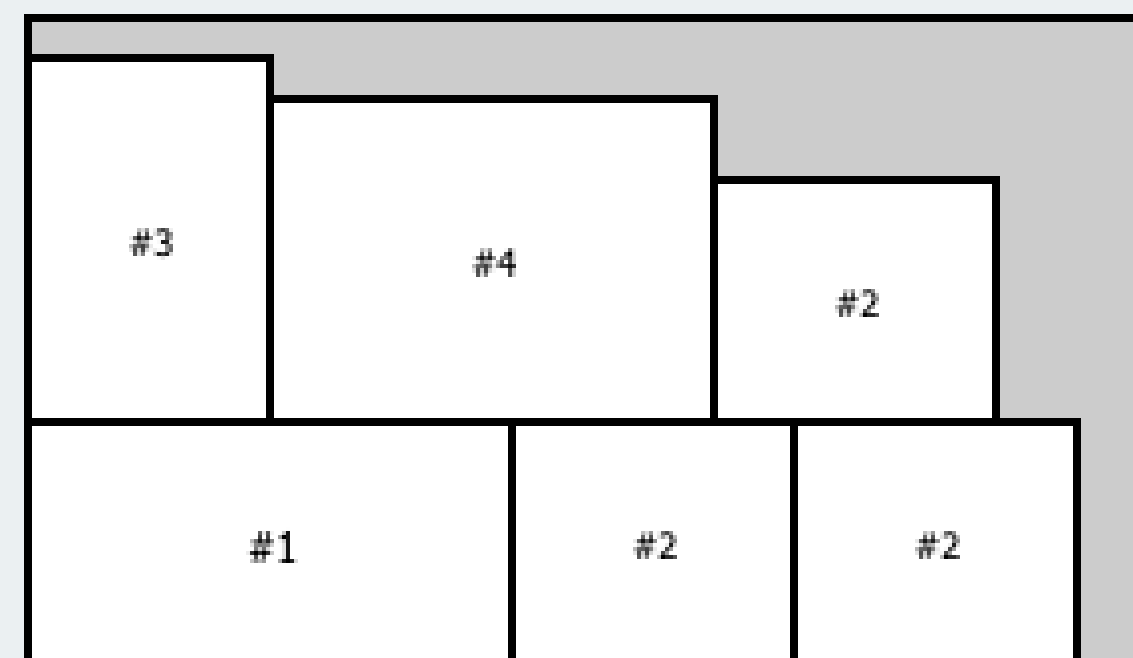
■ RESTRITO

$$\begin{aligned} & \text{maximizar } \sum_{i=1}^m \alpha_i \cdot x_i \\ & \text{sujeito a: } (x_1, x_2, \dots, x_m) \text{ correspondente a um padrão de corte} \\ & \quad 0 \leq x_i \leq b_i, \text{ inteiro, } i = 1, \dots, m \end{aligned}$$



10

Exemplo de padrão de corte
bidimensional.

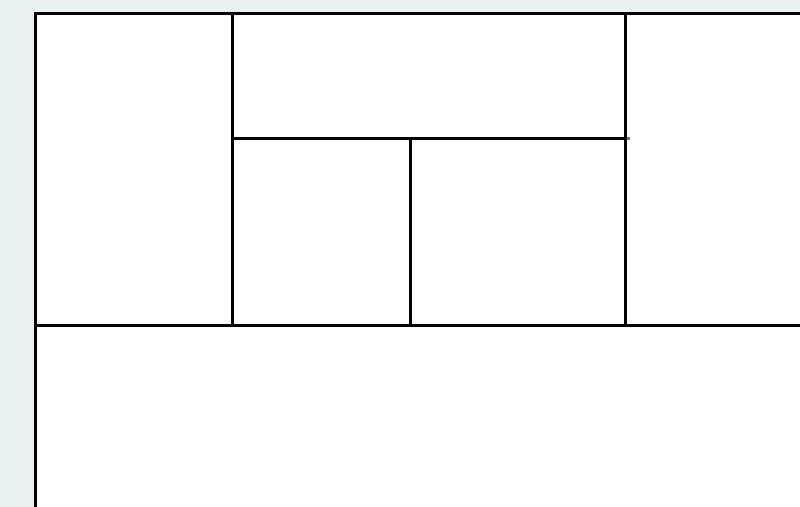
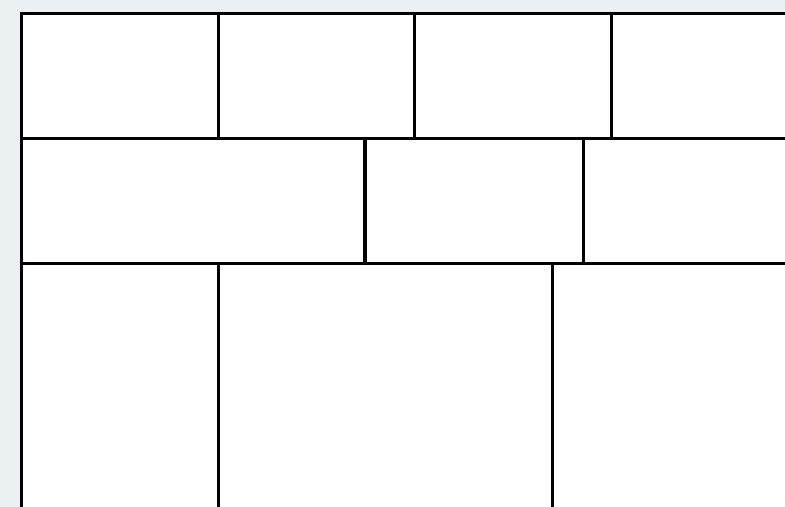
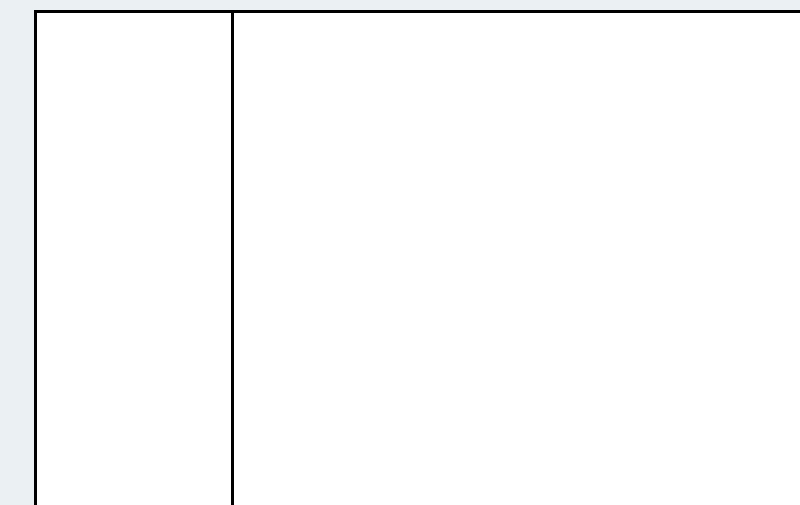
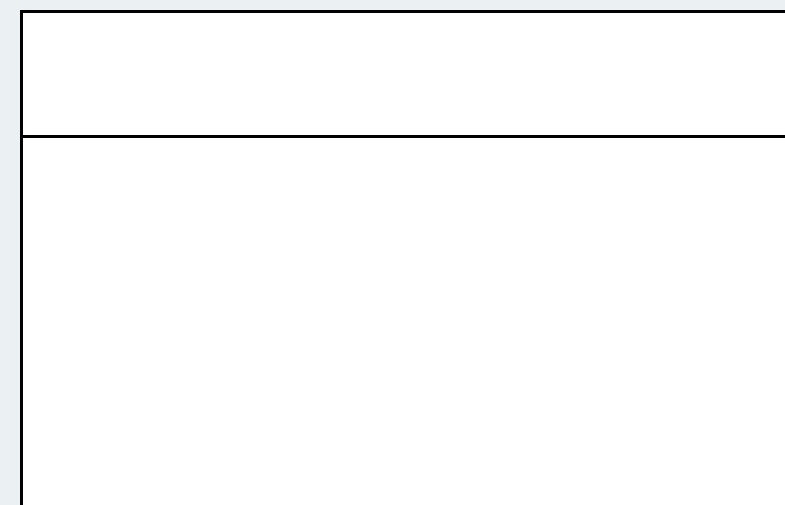


$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

CORTE GUILHOTINADO

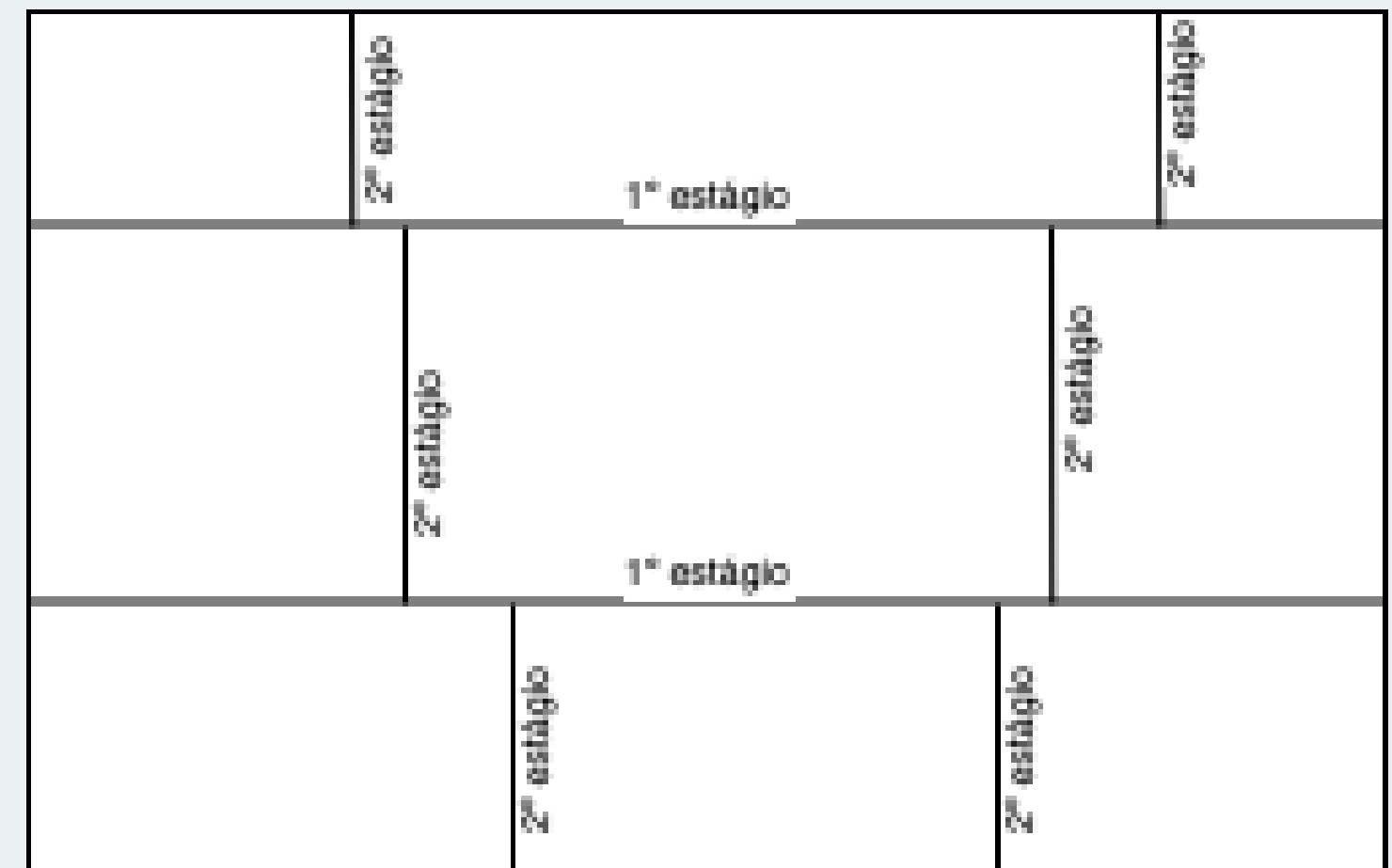
CORTE UTILIZADO NA MAIORIA DOS PROBLEMAS DE CORTE

O corte é chamado guilhotinado quando, aplicado em um retângulo, produz dois novos retângulos, ou seja, o retângulo é cortado somente de modo horizontal ou vertical.



CORTE GUILHOTINADO K-ESTAGIADO

Os cortes são feitos, no primeiro estágio, de forma paralela a um dos lados da placa retangular; no próximo estágio, os cortes são perpendiculares aos cortes do estágio anterior, e assim por diante até finalizar o processo da serra.



Problema de corte guilhotinado 2-estágios

PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL COM PEÇAS DO TIPO-L

DESCRIÇÃO

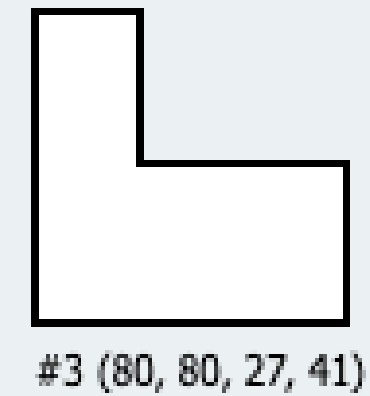
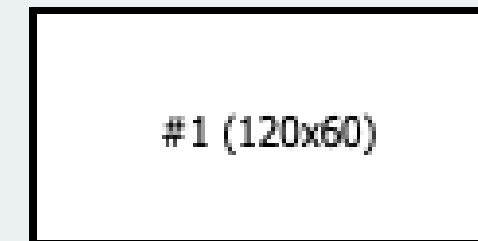
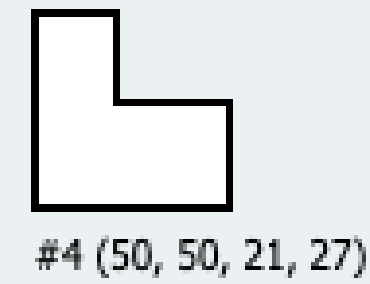
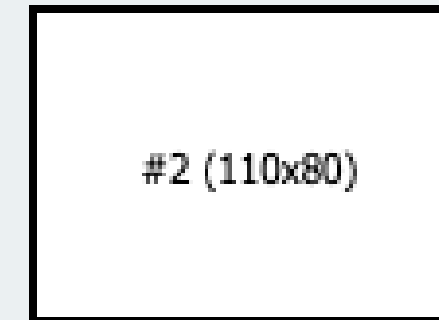
Cortar uma placa retangular em peças menores retangulares e irregulares do tipo-L minimizando a perda de material.

■ IRRESTRITO

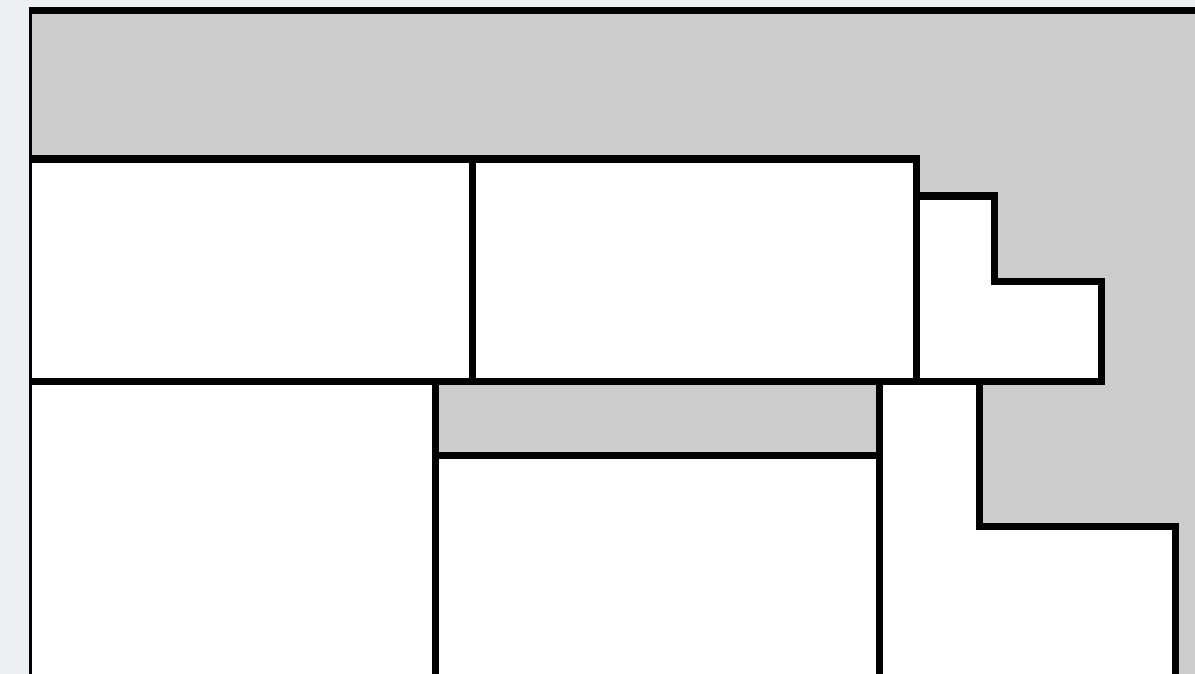
$$\begin{aligned} & \text{maximizar } \sum_{i=1}^m \alpha_i \cdot x_i \\ & \text{sujeito a: } (x_1, x_2, \dots, x_m) \text{ correspondente a um padrão de corte} \\ & \quad x_i \geq 0, \text{ inteiro, } i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

■ RESTRITO

$$\begin{aligned} & \text{maximizar } \sum_{i=1}^m \alpha_i \cdot x_i \\ & \text{sujeito a: } (x_1, x_2, \dots, x_m) \text{ correspondente a um padrão de corte} \\ & \quad 0 \leq x_i \leq b_i, \text{ inteiro, } i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

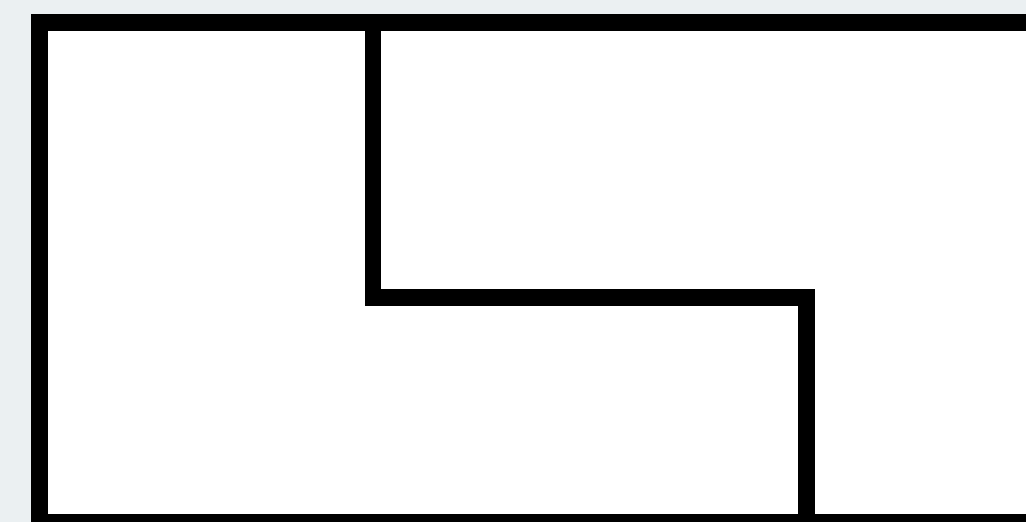
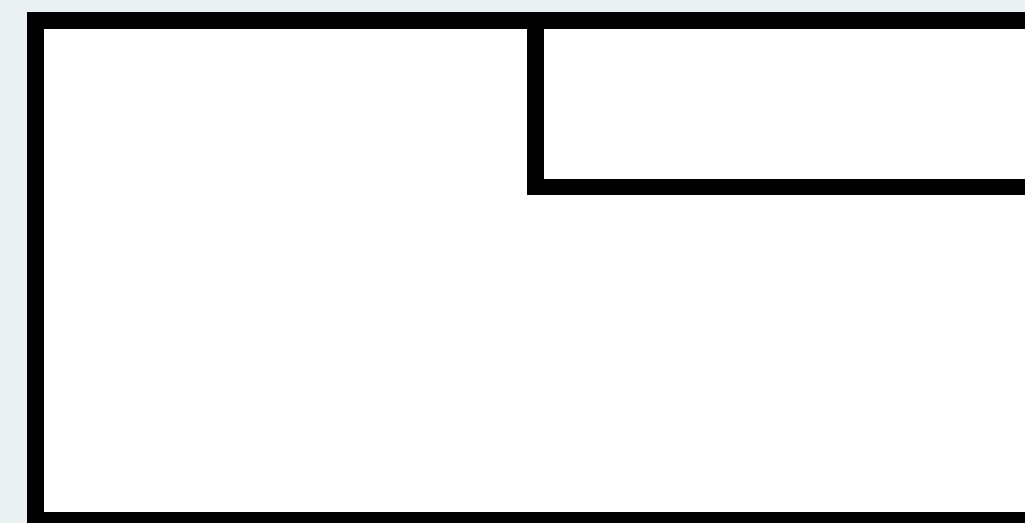


Exemplo de padrão de corte
bidimensional com peças
retangulares e irregulares do tipo-L.



CORTE DEGRAU

Para geração das peças do tipo-L é necessário a utilização do corte do tipo degrau. Este tipo de corte gera uma peça retangular e do tipo-L ou duas peças do tipo-L.



MÉTODO DE 2-ESTÁGIOS

PROPOSTO POR GILMORE E GOMORY [6]

RESOLUÇÃO DE PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL

Alternativa ao método de geração de colunas e mais utilizado na indústria.

CONCEITO DE DIVISÃO E CONQUISTA

Divide um problema grande em subproblemas menores.

PROBLEMA DA MOCHILA

Modelagem matemática do problema de corte.

PROBLEMA DA MOCHILA

DEFINIÇÃO

Imagine que uma pessoa deseja carregar uma mochila com itens de diferentes pesos e valores. O objetivo é carregar a mochila com o maior valor possível sem ultrapassar o peso máximo permitido [7].



Journal of Management Inquiry 26(4) 399–416 © The Author(s) 2017. Reprints and permissions: [DOI: 10.1177/1056492617711011](http://sagepub.com/journalsPermissions.nav) <http://jmi.sagepub.com>



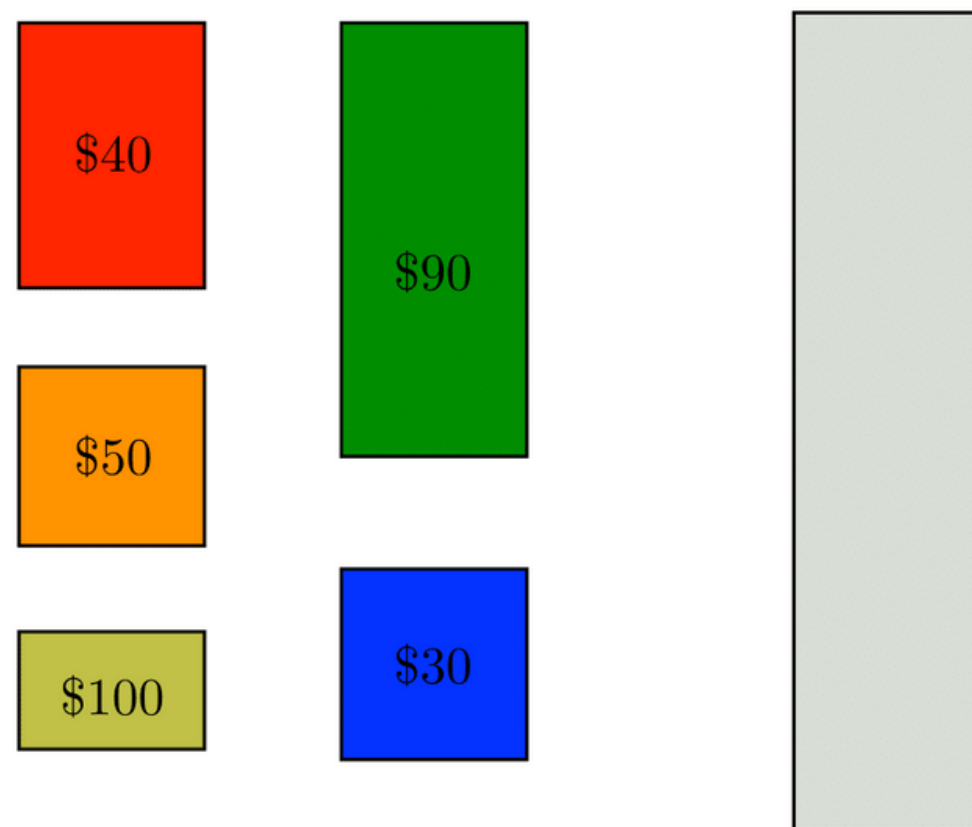
PROBLEMA DA MOCHILA

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } \sum_{i=1}^m v_i \cdot x_i \\ &\text{sujeito a: } \sum_{i=1}^m w_i \cdot x_i \leq W \\ &x_i \geq 0, \text{ inteiro, } i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

MODELO MATEMÁTICO

PROBLEMA DA MOCHILA

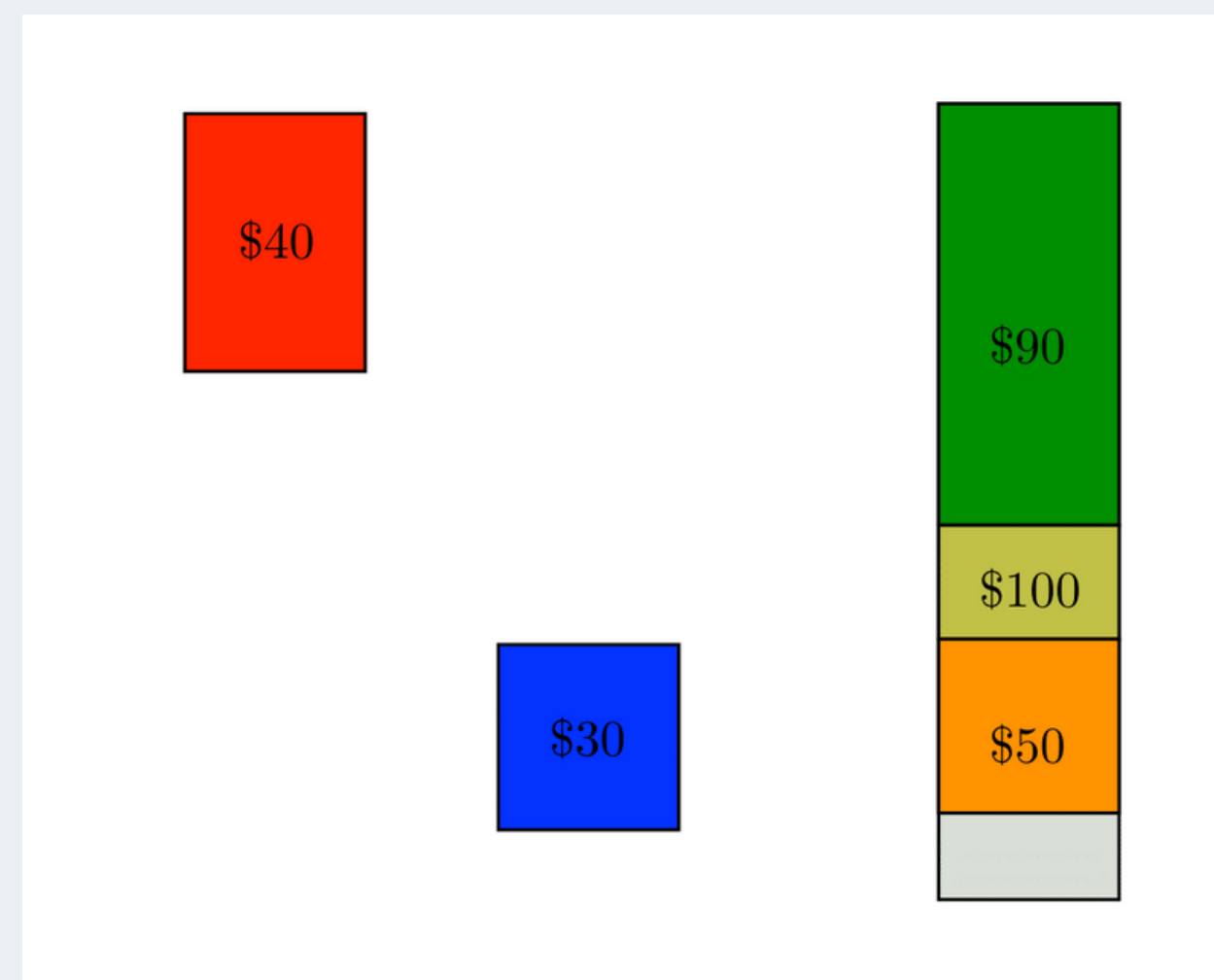
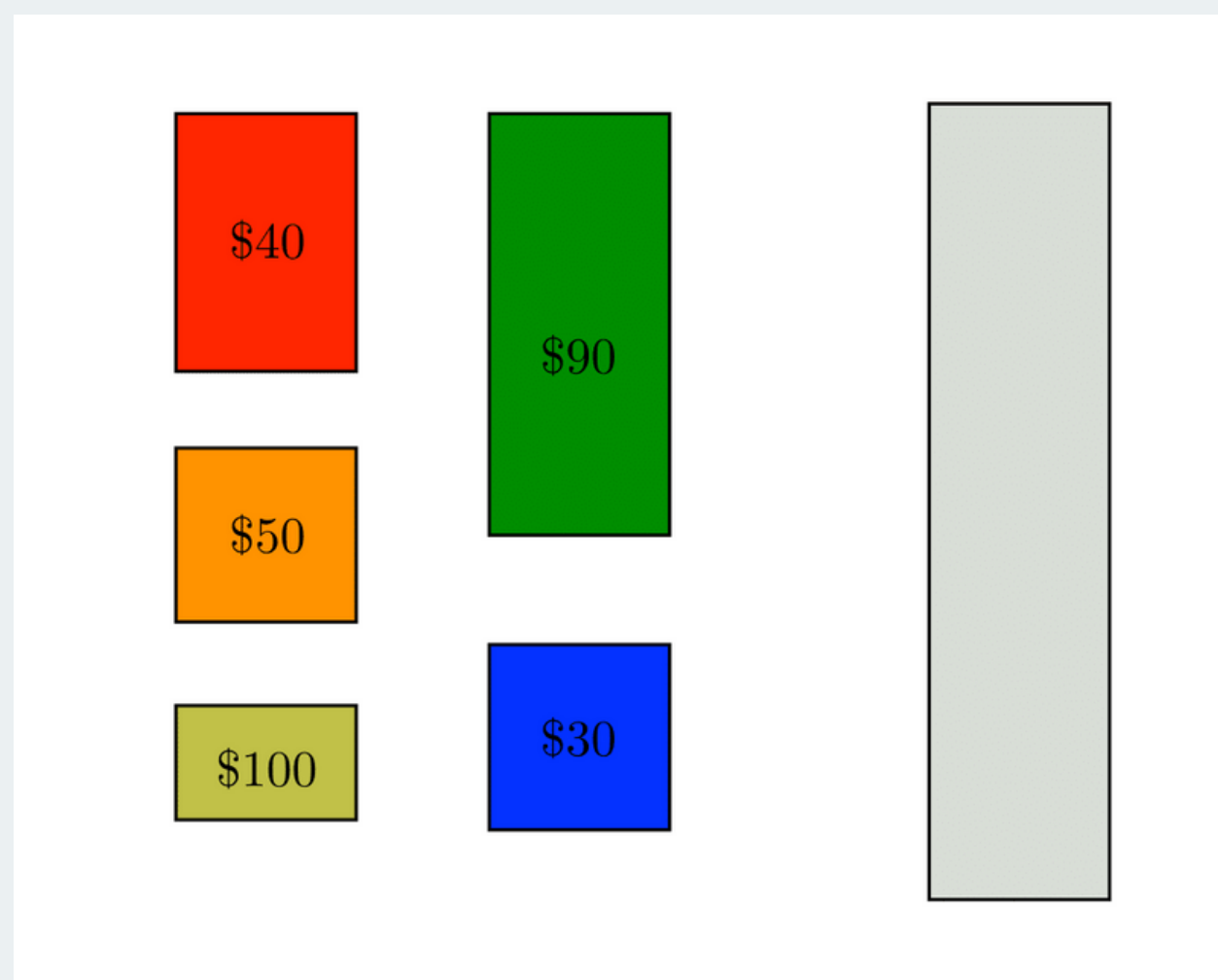
20



EXEMPLO

Fonte das imagens: [8]

PROBLEMA DA MOCHILA



EXEMPLO

Fonte das imagens: [8]

DIVISÃO E CONQUISTA

DESIGN DE ALGORITMOS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMPLEXOS [9]

DIVISÃO

Dividir um problema em subproblemas menores similares ao problema original, mas muito mais fáceis e rápidos de solucionar.

CONQUISTA

Conquistar os subproblemas ao resolvê-los separadamente.

COMBINAÇÃO

Combinar a solução dos subproblemas para encontrar a solução do problema original.

DIVISÃO E CONQUISTA

MÉTODO DE 2-ESTÁGIOS

23

DIVISÃO

Dividir o problema de corte bidimensional original em subproblemas de corte unidimensional.

CONQUISTA

Resolver cada subproblema unidimensional como um problema da mochila.

COMBINAÇÃO

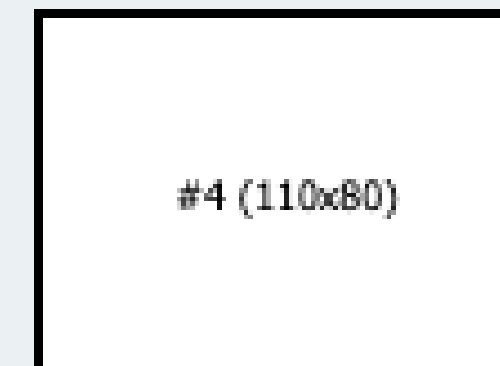
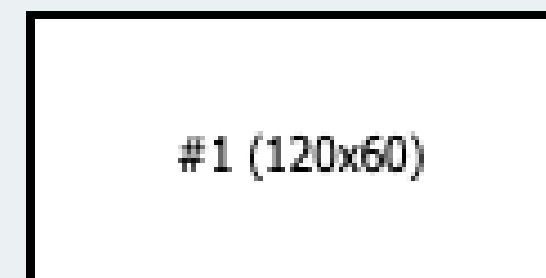
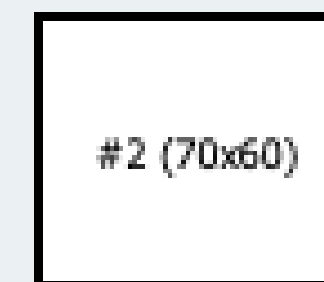
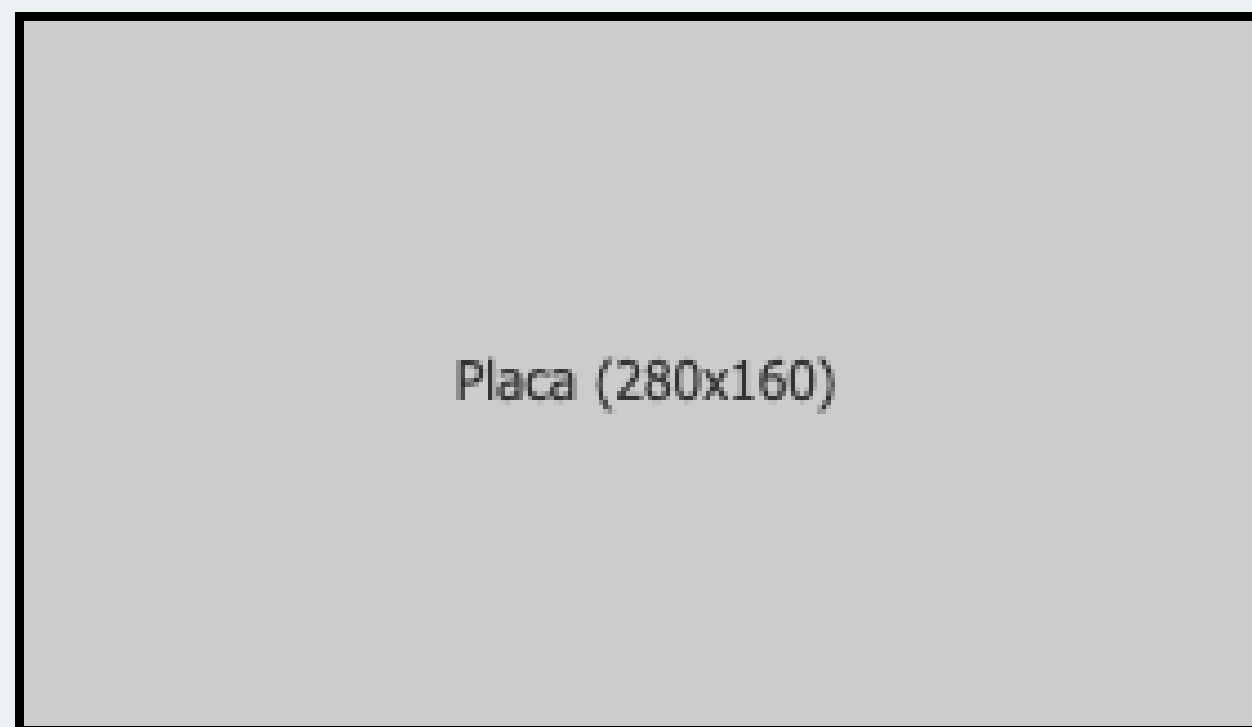
Combinar a solução dos subproblemas para a resolução de mais um problema de corte unidimensional.

DIVISÃO

24

DIVIDIR O PROBLEMA ORIGINAL EM FAIXAS

Cada subproblema de corte unidimensional será uma faixa de comprimento L e largura variável. As larguras das faixas serão definidas pelas p larguras diferentes no conjunto de peças.



25



Exemplo de geração de faixas.

CONQUISTA

26

RESOLVER CADA SUBPROBLEMA UNIDIMENSIONAL

Resolver cada faixa como um problema da mochila, conforme modelo matemático.

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } V_f = \sum_{i \in W_f} \alpha_i \cdot x_i \\ &\text{sujeito a: } \sum_{i \in W_f} l_i \cdot x_i \leq L \\ &\quad x_i \geq 0, \text{ inteiro, } i \in W_f \end{aligned}$$

COMBINAÇÃO

27

COMBINAR AS FAIXAS PARA ENCONTRAR A SOLUÇÃO FINAL

Resolver um último problema da mochila para definir como as faixas serão alocadas na placa, determinando desta forma a solução do problema original.

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } V = \sum_{i=1}^p V_i \cdot x_i \\ &\text{sujeito a: } \sum_{i=1}^p w_i \cdot x_i \leq W \\ &x_i \geq 0, \text{ inteiro, } i = 1, \dots, p \end{aligned}$$

MÉTODO DE 2-ESTÁGIOS PARA PROBLEMAS RESTRITOS

CONTROLE DE DEMANDAS E GERAÇÃO DE FAIXAS

Criar um vetor de demandas das peças e uma variável de controle. A variável de controle será responsável por limitar a geração das faixas.

GERAÇÃO E RESOLUÇÃO DAS FAIXAS

Gerar faixas conforme variável de controle e, caso alguma faixa for gerada, resolvê-las.

SELECIONAR A MELHOR FAIXA

Selecionar a faixa com o maior valor de utilidade e alocá-la na placa. Alterar também o vetor de demandas e a variável de controle.

MÉTODO PROPOSTO

29

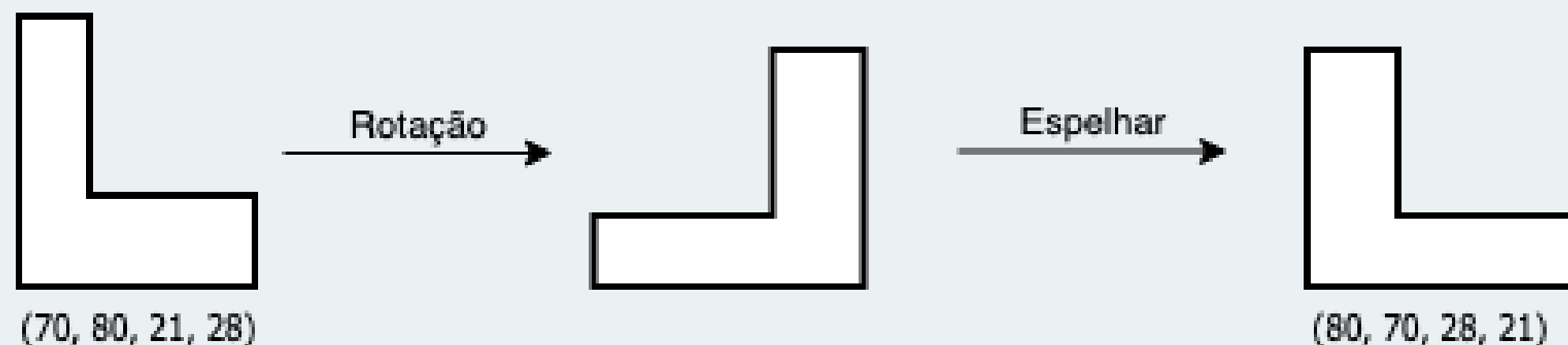
GERAÇÃO DE PEÇAS COMBINADAS

Gerar novas peças combinando peças retangulares e do tipo-L ou duas peças do tipo-L.

APLICAÇÃO DO MÉTODO DE 2- ESTÁGIOS

Aplicar o método de 2-estágios para problemas irrestritos e restritos.

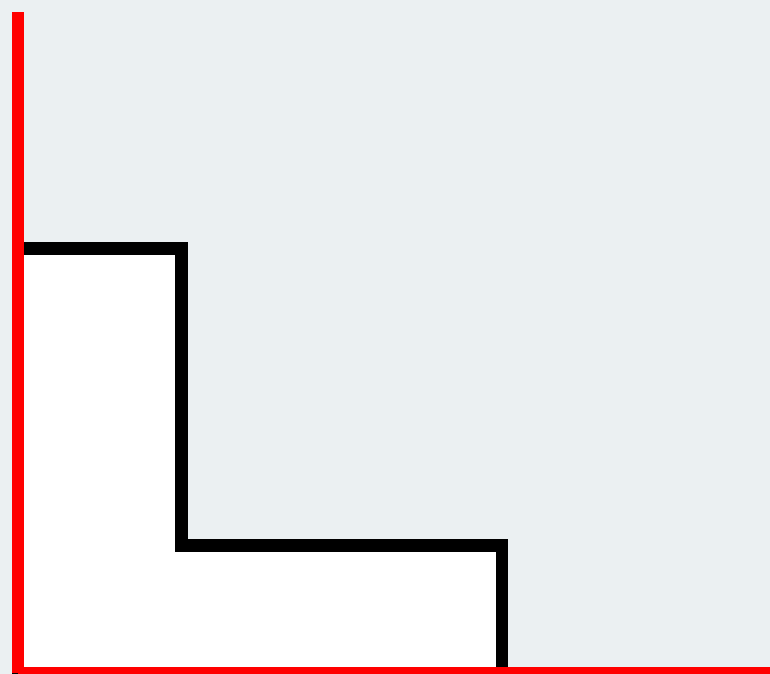
COMBINAÇÃO DE PEÇAS



PADRONIZAÇÃO

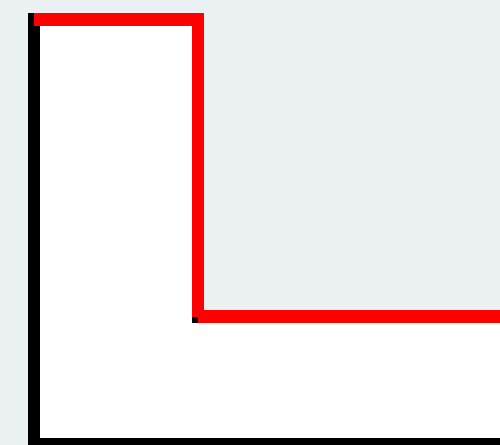
Todas as peças do tipo-L precisam que o comprimento inferior seja maior ou igual que a largura à esquerda. Caso a peça não siga este formato, a mesma deve ser transformada.

COMBINAÇÃO DE PEÇAS



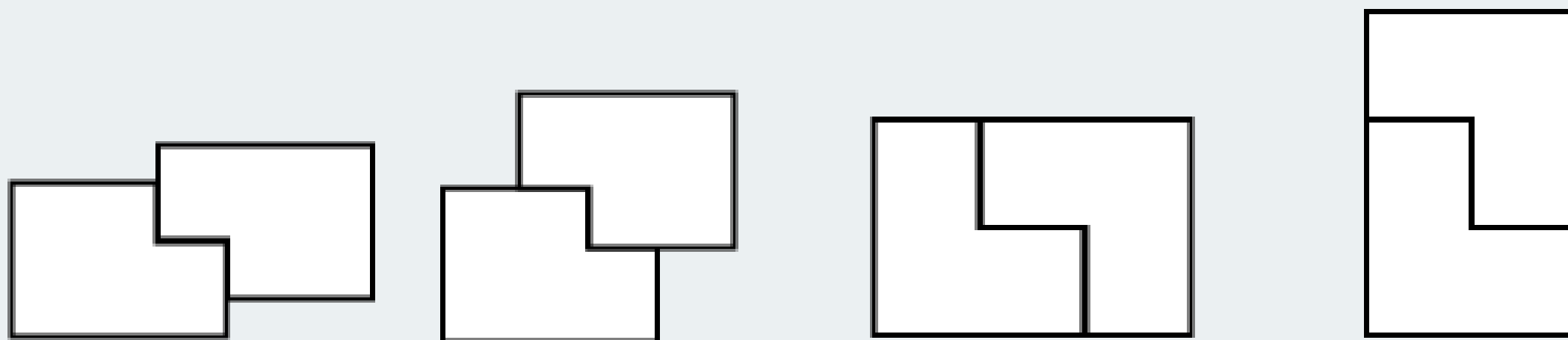
REGRAS

Não ultrapassar a largura à esquerda e o comprimento inferior da peça base.



Colocar a segunda peça a partir da parte interna da peça base.

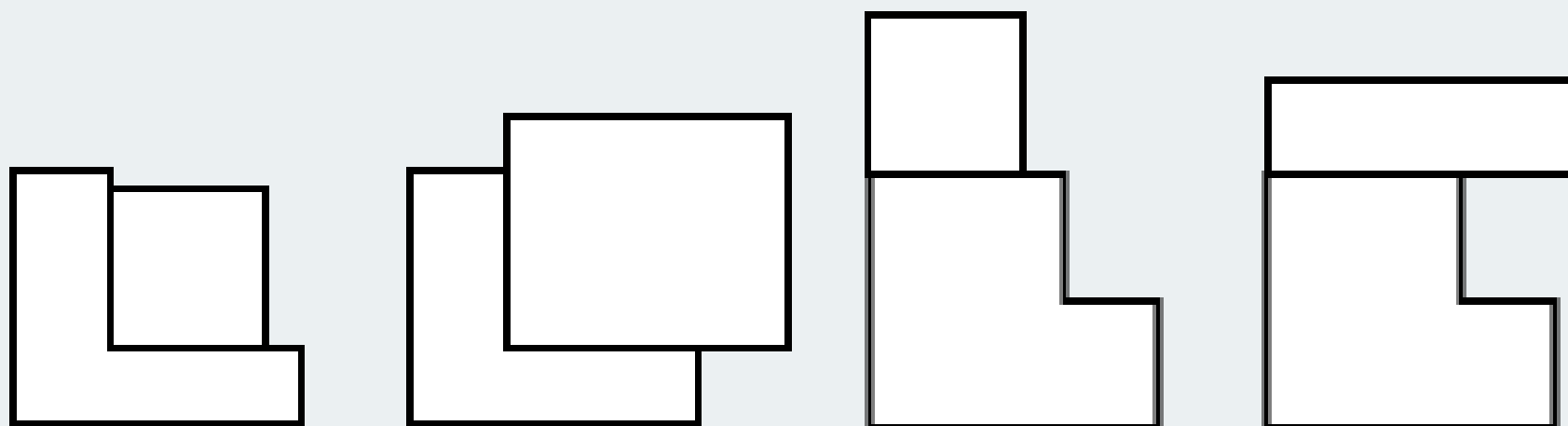
COMBINAÇÃO DE PEÇAS



TIPOS DE COMBINAÇÃO

Combinação de peça L com ela mesma refletida.

COMBINAÇÃO DE PEÇAS



TIPOS DE COMBINAÇÃO

Combinação de peça L com peça retangular.

IMPLEMENTAÇÃO



FERRAMENTAS UTILIZADAS

Linguagem Python, IBM CPLEX, TeXLive e TikZ.

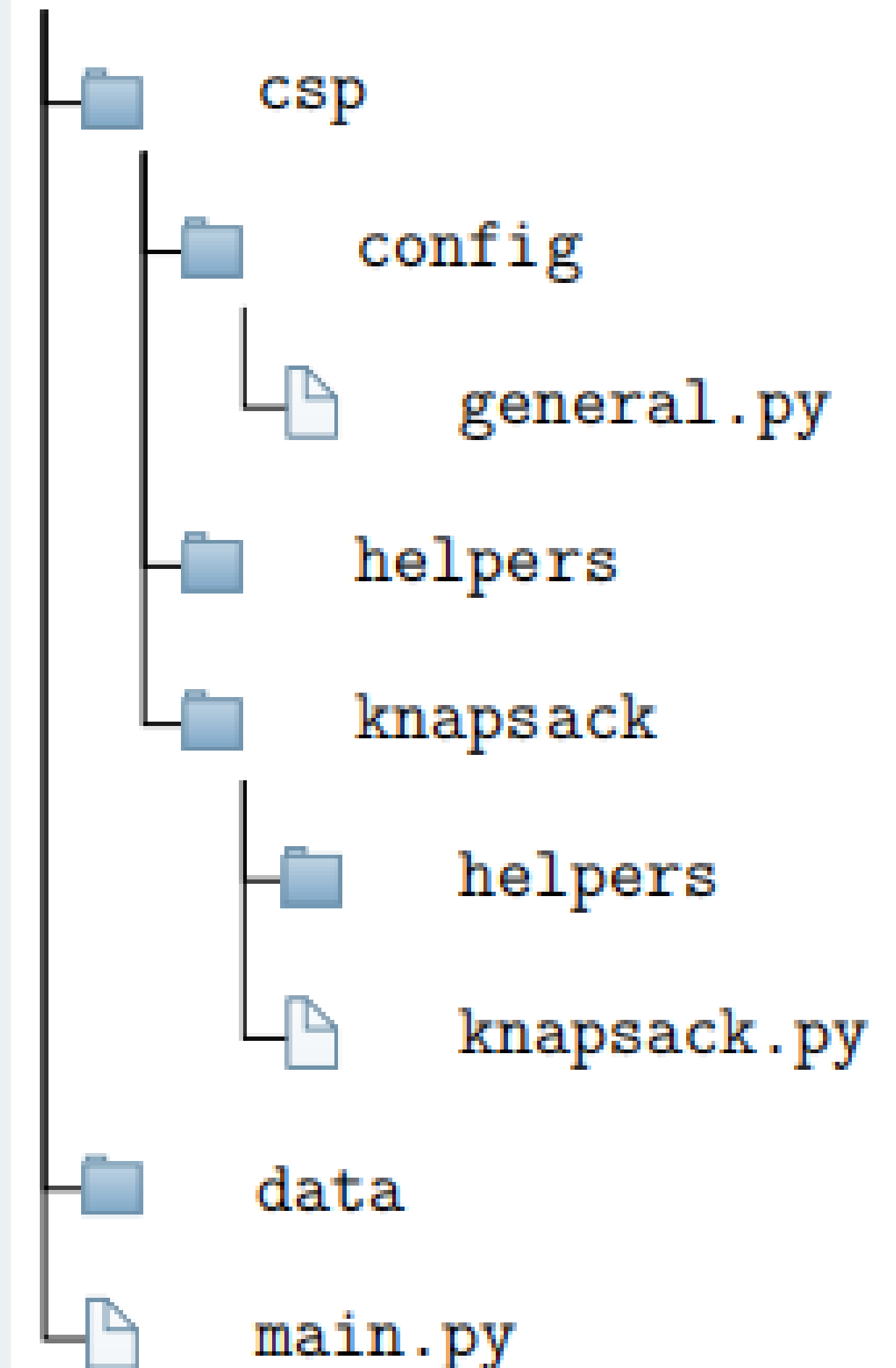
ESTRUTURA DO PROGRAMA

MÓDULOS

O projeto foi dividido em 3 módulos principais: ***config***, ***helpers*** e ***knapsack***. Cada um é responsável por uma tarefa diferente.

Tempo de execução: de 2 a 3 segundos.

raiz do projeto



RESULTADOS

PROBLEMAS COM PEÇAS RETANGULARES

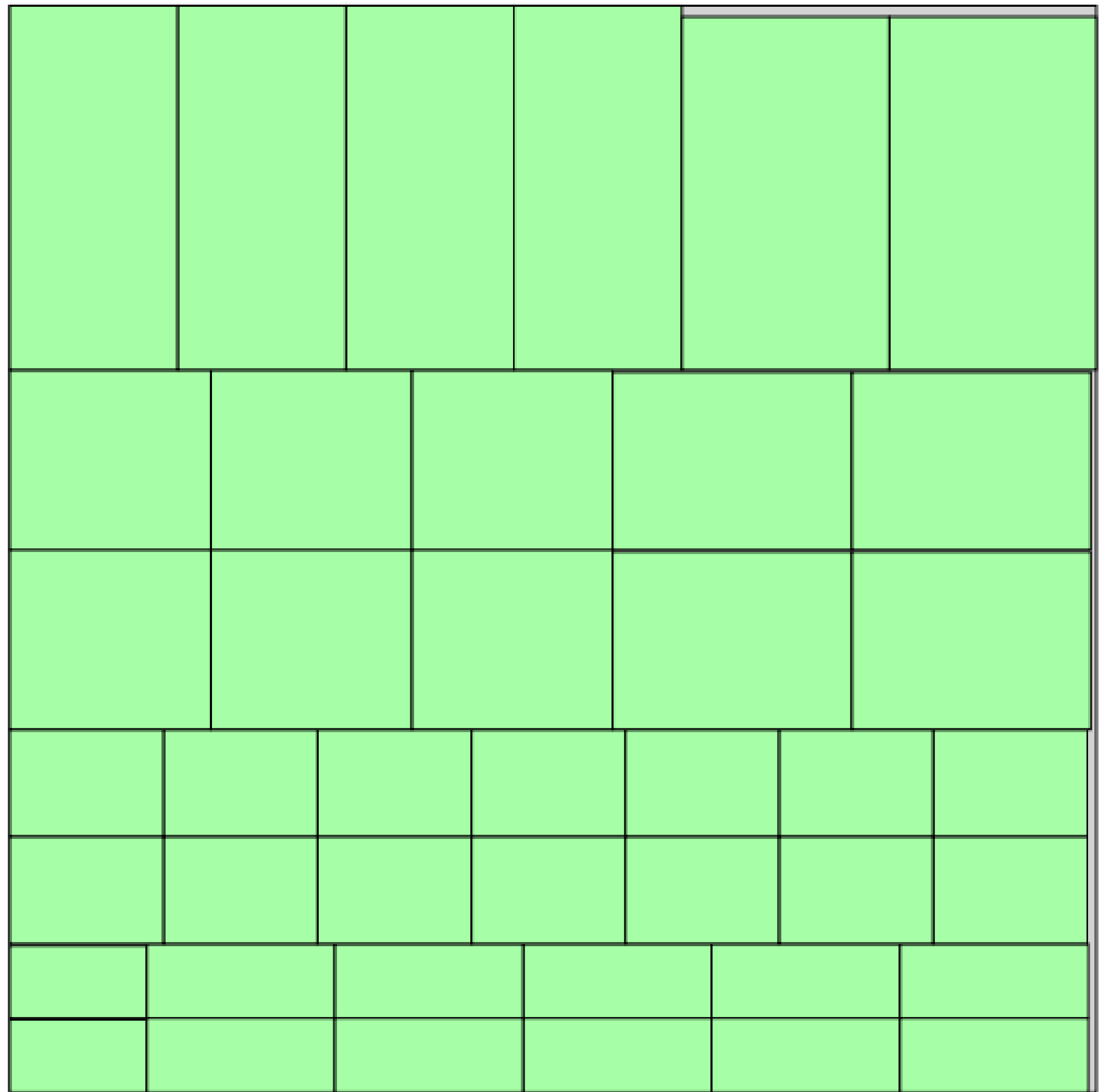
Foi selecionado 13 problemas de corte bidimensional da *OR-Library* [10].

INSTÂNCIA	SOLUÇÃO ÓTIMA (%)	SOLUÇÃO DO MÉTODO (%)
<i>gcut1</i>	9,664	9,664
<i>gcut2</i>	3,142	3,878
<i>gcut3</i>	2,342	3,787
<i>gcut4</i>	1,283	1,283
<i>gcut5</i>	1,600	1,600
<i>gcut6</i>	4,401	5,997
<i>gcut7</i>	2,973	2,973
<i>gcut8</i>	1,347	1,697
<i>gcut9</i>	2,890	2,890
<i>gcut10</i>	1,798	1,797
<i>gcut11</i>	1,990	2,536
<i>gcut12</i>	2,001	2,223
<i>gcut13</i>	0,025	1,042

Padrão ótimo para a
instância *gcut13*.

200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378
200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378
200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378
200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378
200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378	200x378
496x555		496x555			496x555			755x555				755x555		
496x555		496x555			496x555			755x555				755x555		

Padrão ótimo
encontrado pelo
método para a instância
gcut13.



RESULTADOS

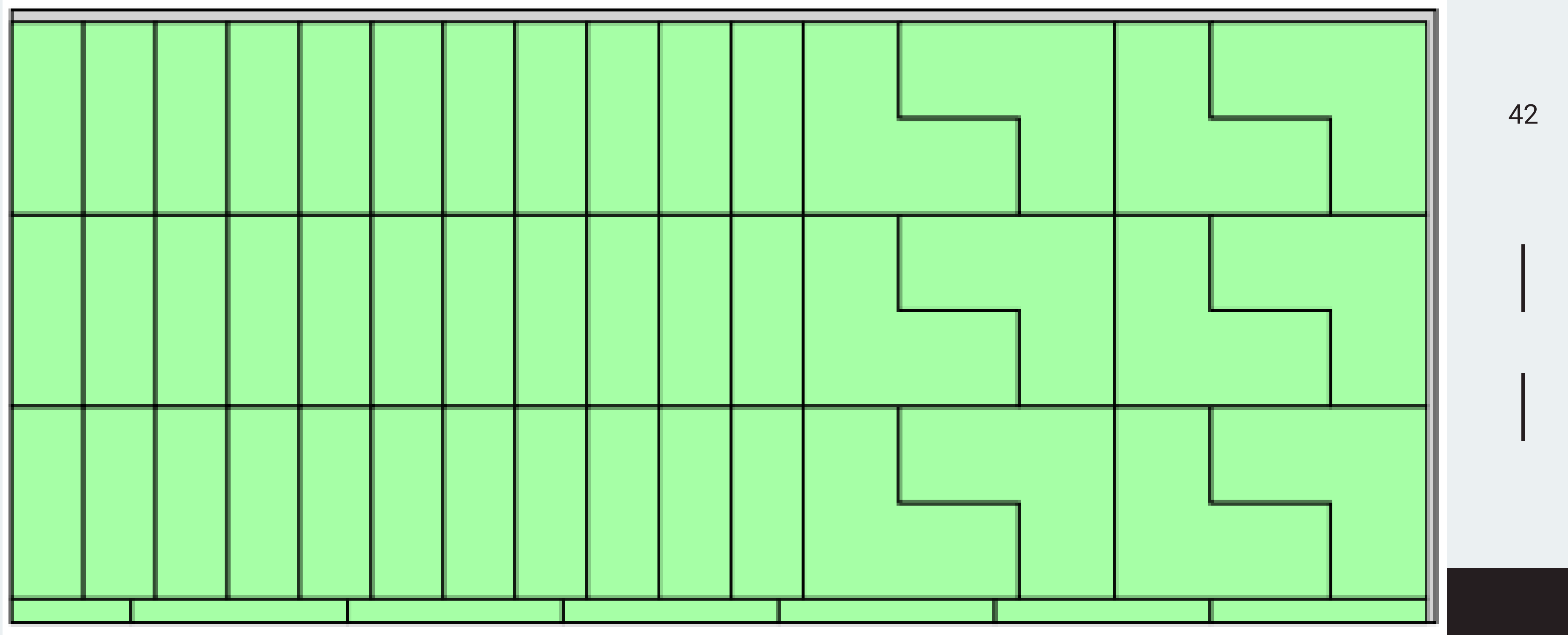
40

PROBLEMAS COM PEÇAS RETANGULARES E DO TIPO-L

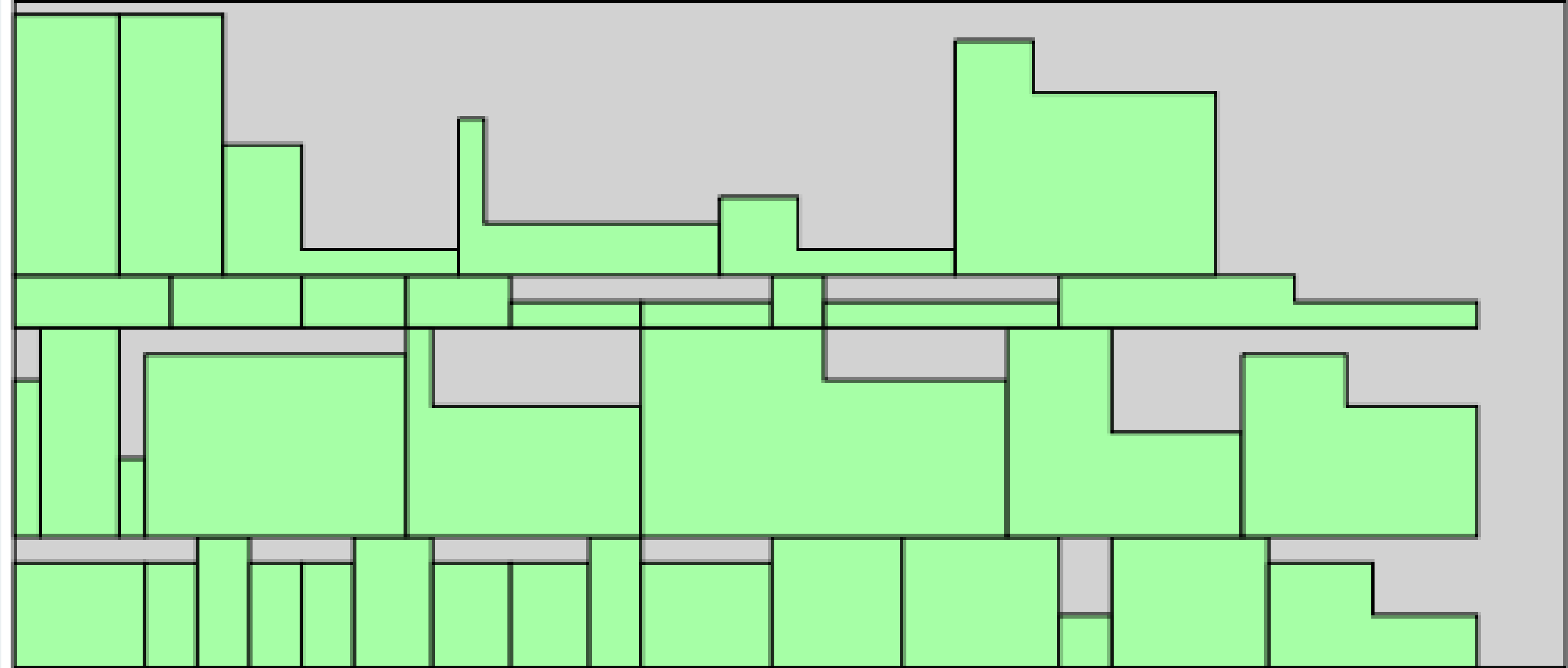
Foi selecionado 2 problemas abordados por Nakatake e Xu [11-12].

INSTÂNCIA	SOLUÇÃO ÓTIMA (%)	SOLUÇÃO DO MÉTODO (I) (%)	SOLUÇÃO DO MÉTODO (R) (%)
<i>Nakatake</i>	13,000	2,621	38,932
<i>Xu</i>	5,200	0,716	31,339

(I) Irrestrito
(R) Restrito



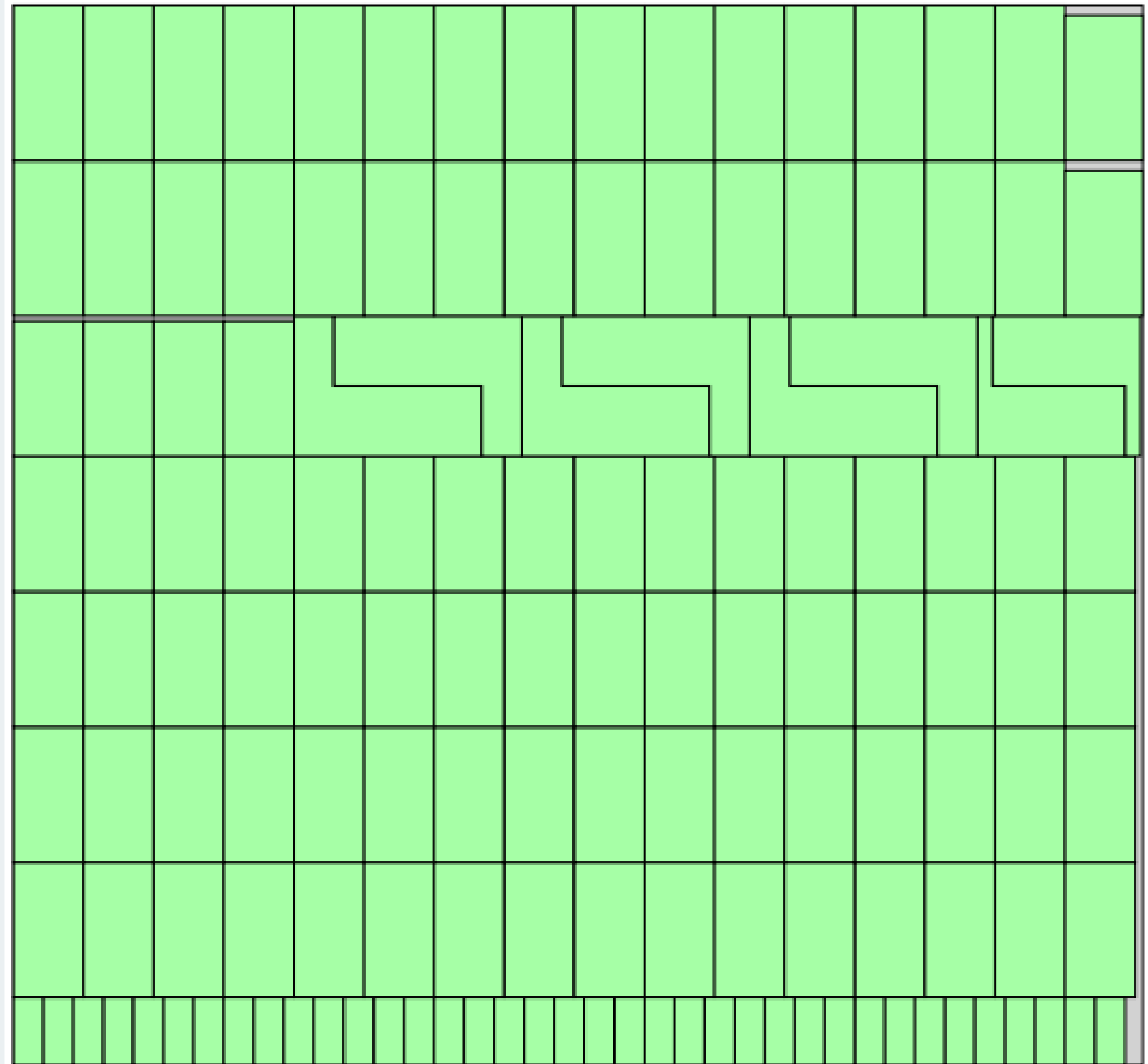
Padrão ótimo
encontrado pelo
método para a instância
Nakatake (irrestrito).



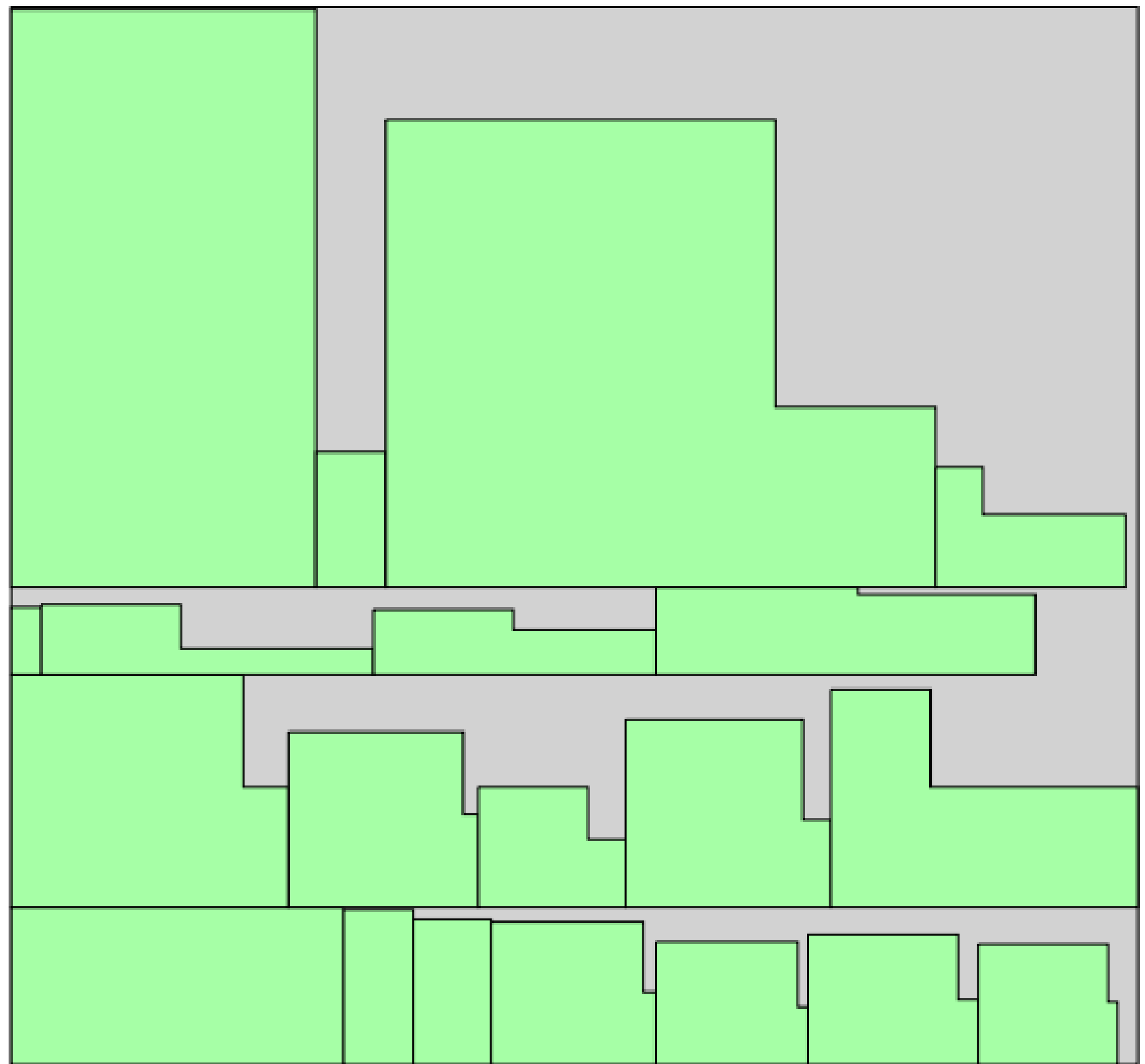
43

Padrão ótimo
encontrado pelo
método para a instância
Nakatake (restrito).

Padrão ótimo
encontrado pelo
método para a instância
 Xu (irrestrito).



Padrão ótimo
encontrado pelo
método para a instância
 X_u (restrito).



CONCLUSÃO

46

A combinação de peças ajudou o método de 2-estágios a determinar um padrão de corte melhor. Isso se deve a maior variabilidade de peças disponíveis para gerar as faixas. Além disso, o uso de peças combinadas permite a inclusão de peças L no padrão de corte sem prejudicar muito o valor de utilidade do padrão, pois a perda intrínseca a este tipo de peça é diminuída, podendo até mesmo ser zerada.

Para trabalhos futuros pode se aplicar a combinação de peças entre duas peças retangulares, principalmente as peças de menor tamanho.

REFERÊNCIAS

- [1] DYCKHOFF, H. A typology of cutting and packing problems. European Journal of Operational Research, Elsevier, v. 44, n. 2, p. 145–159, 1990.
- [2] LINS, L.; LINS, S.; MORABITO, R. An I-approach for packing (l, w)-rectangles into rectangular and I-shaped pieces. Journal of the Operational Research Society, v. 54, 2003.
- [3] VIANNA, A. C. G. Problemas de corte e empacotamento: uma abordagem em grafo E/OU. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2000.
- [4] WHITWAM, Ryan. **iPhone X Teardown Reveals L-Shaped Dual Battery, Miniaturized Motherboard**. 3 nov. 2017. Disponível em: <https://www.extremetech.com/mobile/258398-iphone-x-teardown-reveals-l-shaped-dual-battery-miniaturized-motherboard>. Acesso em: 10 nov. 2019.

REFERÊNCIAS

[5] IFIXIT. iPhone XS and XS Max Teardown. 21 set. 2018. Disponível em: <https://pt.ifixit.com/Teardown/iPhone+XS+and+XS+Max+Teardown/113021>. Acesso em: 10 nov. 2019.

[6] GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. Multistage cutting stock problems of two and more dimensions. Oper. Res., INFORMS, Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS), Linthicum, Maryland, USA, v. 13, n. 1, p. 94–120, fev. 1965. ISSN 0030-364X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/opre.13.1.94>>.

[7] CAPRARA, A.; MONACI, M. On the two-dimensional knapsack problem. Operations Research Letters, v. 32, n. 1, p. 5 – 14, 2004. ISSN 0167-6377. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167637703000579>>.

[8] SKIENA, Steven. **Knapsack Problem**. [21--]. Disponível em: http://algorist.com/problems/Knapsack_Problem.html. Acesso em: 10 nov. 2019.

REFERÊNCIAS

- [9] TUTORIALSPPOINT. Data Structures - Divide and Conquer. Disponível em: <https://www.tutorialspoint.com/data_structures_algorithms/divide_and_conquer.htm>. Acesso em: 19 out. 2019.
- [10] BEASLEY, J. E. Algorithms for unconstrained two-dimensional guillotine cutting. Journal of the Operational Research Society, Taylor & Francis, v. 36, n. 4, p. 297–306, 1985. Disponível em: <<https://doi.org/10.1057/jors.1985.51>>.
- [11] NAKATAKE, S. et al. Module placement on bsg-structure and ic layout applications. In: Proceedings of the 1996 IEEE/ACM International Conference on Computer-aided Design. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 1996. (ICCAD '96), p. 484–491. ISBN 0-8186-7597-7. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=244522.244865>>.

REFERÊNCIAS

[12] XU, J.; GUO, P.-n.; CHENG, C.-K. Rectilinear block placement using sequence-pair. In: Proceedings of the 1998 International Symposium on Physical Design. New York, NY, USA: ACM, 1998. (ISPD '98), p. 173–178. ISBN 1-58113-021-X. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/274535.274561>>.

**MUITO
OBRIGADO!**